1. **Rechengesetze in der Logik:** Gelten bekannte Rechengesetze auch in der Logik? Wir fangen mit den uns geläufigen Rechengesetzen an, benennen diese und überprüfen sie anhand einer Wahrheitstafel *("+" steht für "oder", "·" steht für "und" und "**" steht für die Implikation)*:

1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | a·b | b·a |  | a | b | a+b | b+a |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |

2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Digitaltechnik Schaltalgebra | | ITMI |
| Name: | Klasse: | Datum: | Blatt Nr.: 1 / 2 lfd. Nr.:3 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | c | (a·b)·c | a·(b·c) |  | a | b | c | (a+b)+c | a+(b+c) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

3.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | c | a·(b+c) | (a·b)+(a·c) |  | a | b | c | a+(b·c) | (a+b)·(a+c) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | a·(a+b) | a |  | a | b | a+(a·b) | a |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

1. **Implikation in LogicSim:** Wir wollen die Implikation aus den Gattern UND, ODER und NICHT zusammenbauen. Dazu muss man folgendermaßen vorgehen:
   1. Man schaut sich die Wahrheitstabelle an, die wie folgt aussieht:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **y** | **A** |  | **x** | **y** | **A** |
| FALSCH | FALSCH | WAHR | 0 | 0 | 1 |
| FALSCH | WAHR | WAHR | 0 | 1 | 1 |
| WAHR | FALSCH | FALSCH | 1 | 0 | 0 |
| WAHR | WAHR | WAHR | 1 | 1 | 1 |

…oder kürzer…

* 1. Anschließend schreibt man sich alle Terme auf, die zu der Aussage „Wahr“ bzw. „1“ führen?

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **y** | **A** | **Implikation** | | |  |
| FALSCH | FALSCH | WAHR |  | WAHR | Nicht x und Nicht y | -x·-y |
| FALSCH | WAHR | WAHR |  | WAHR | Nicht x und y | -x·y |
| WAHR | FALSCH | FALSCH |  | FALSCH |  |  |
| WAHR | WAHR | WAHR |  | WAHR | x und y | x·y |

* 1. Wenn einer dieser Fälle auftritt, dann erhält man eine wahre Aussage als Ergebnis; also:

Wenn Wenn

x falsch **und** y falsch ist *nicht* x **und** *nicht* y

# oder oder

bzw. x falsch **und** y wahr ist *nicht* x **und** y

# oder oder

x wahr **und** y wahr ist. x **und** y

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Digitaltechnik Schaltalgebra | | ITMI |
| Name: | Klasse: | Datum: | Blatt Nr.: 2 / 2 lfd. Nr.:3 |

1. Der Boolesche Ausdruck dazu wäre dann: A  ~~x~~ ~~y~~  ~~x~~y x y 

1. Jetzt gilt es diese letzte Aussage per Schaltung in LogicSim zu modellieren:

Es werden 3 UND-Gatter (– & –) benötigt. Da man x und y auch negieren muss, sind 2 NICHT-Gatter (– 1 ◦–) nötig. Am Ende müssen die Ergebnisse der UND-Verknüpfungen „verODERt werden  ODER-Gatter (–>=1–) mit 3 Eingängen.

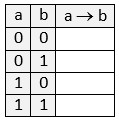
3) **Allgemeingültigkeit**:

Eine aussagenlogische Formel heißt allgemeingültig, wenn sie für jede Belegung ihrer Aussagenvariablen mit Wahrheitswerten wahr ist. Welche der folgenden Formeln sind allgemeingültig?

**1.** a~~a~~ *(tertium non datur)* **2.** a (a b ) *(pars pro toto)*

**3.** (a (a b)) b *(modus ponens)* **4.** (b (a b))  ~~a~~ *(modus tollens)*

**5.** ((a b) b) a *(modus nonsens)* **6.** ((a b) (b c)) (a c) *(modus barbara)*

Zur Sicherheit notieren sie nochmals die Werte der Implikation in die Tabelle.

1. Prüfen Sie die Allgemeingültigkeit von Formel 1-6 mit jeweils einer

Wahrheitstabelle, die jede Belegung der Aussagenvariablen mit

Wahrheitswerten die Formeln und hinführend ihre Teilformeln beinhaltet. Auf dem Postverzeichnis finden Sie eine Excel Tabelle, die Sie dabei unterstützt.

1. Implementieren Sie nach Wahl 3 Formeln in LogicSim.